2－1－4　重ね合わせの定理

まず、以下の四つの定理が成り立つ。

① $\forall f,g \in \mathrm{F}_3$; $\forall a,b \in \mathbb{R}$; $\forall n \in \mathbb{N}$;

$$[e_3(f, \mathrm{Y}, 0) \text{ and } e_3(g, \mathrm{Y}, 0)] \Rightarrow e_3(af + bg, \mathrm{Y}, 0)$$

② $\forall f,g \in \mathrm{F}_3$; $\forall n \in \mathbb{N}$; $\forall \mathrm{Y} \in \mathrm{F}_{2,n}$; $\forall q \in \mathbb{R}(\{1, \cdots, n\})$;

$$[e_3(f, \mathrm{Y}, q) \text{ and } e_3(g, \mathrm{X}, 0)] \Rightarrow e_3(f + g, \mathrm{Y}, q)$$

③ $\forall f,g \in \mathrm{F}_3$; $\forall n \in \mathbb{N}$; $\forall \mathrm{Y} \in \mathrm{F}_{2,n}$; $\forall q \in \mathbb{R}(\{1, \cdots, n\})$;

$$[e_3(f, \mathrm{Y}, q) \text{ and } e_3(g, \mathrm{Y}, q)] \Rightarrow e_3(f - g, \mathrm{X}, 0)$$

④ $\forall f,g \in \mathrm{F}_3$; $\forall n,m \in \mathbb{N}$; $\forall \mathrm{Y}_1 \in \mathrm{F}_{2,n}$; $\forall \mathrm{Y}_2 \in \mathrm{F}_{2,m}$; $\forall \mathrm{Y}_3 \in \mathrm{F}_{2,n+m}$;
$\forall q_1 \in \mathbb{R}(\{1, \cdots, n\})$; $\forall q_2 \in \mathbb{R}(\{1, \cdots, m\})$; $\forall q_3 \in \mathbb{R}(\{1, \cdots, n+m\})$;

$$[\text{【1】 and 【2】 and 【3】}] \Rightarrow e_3(f + g, \mathrm{Y}_3, q_3)$$

【1】 $\forall i \in \{1, \cdots, n\}$; $\mathrm{Y}_3(\square, \square, i) = \mathrm{Y}_1(\square, \square, i)$ and $q_3(i) = q_1(i)$

【2】 $\forall i \in \{1, \cdots, m\}$; $\mathrm{Y}_3(\square, \square, n+i) = \mathrm{Y}_2(\square, \square, i)$
and $q_3(n+i) = q_2(i)$

【3】 $e_3(f, \mathrm{Y}_1, q_1)$ and $e_3(g, \mathrm{Y}_2, q_2)$

これらの定理は純粋に数学上の定理であり、本書ではこれらを**重ね合わせの定理**と呼ぶことにする。数学では線形性という言葉が用いられる。Aを集合とするとき$\mathbb{R}(\mathrm{A})$上の方程式eが**線形**であるとは、

$$\forall f,g \in \mathbb{R}(\mathrm{A});\ \forall a \in \mathbb{R};\ [e(f) \text{ and } e(g)] \Rightarrow e(g + a(f - g))$$

が成り立つことを言う。この線形性という概念は、上記の重ね合わせの定理を読解する上での指針となろう。eが$\mathbb{R}(\mathrm{A})$上の線形方程式で、$0 \in \mathbb{R}(\mathrm{A})$を解に持つ場合には、

$$\forall f,g \in \mathbb{R}(\mathrm{A});\ \forall a,b \in \mathbb{R};\ [e(f) \text{ and } e(g)] \Rightarrow e(af + bg)$$

が成り立つ。重ね合わせの定理を利用すれば、$\mathrm{T}_3(\mathrm{Q}_1, \cdots, \mathrm{Q}_n; \mathrm{Y}; \mathrm{S}, \mathrm{U}, \mathrm{J})$の運動方程式の解を求めるときに、まず簡単な解を求め、その後でそれらを足し合わせることによってもっと複雑な解を求めることが出来る。§2-1-3で述べた具体