

宇田雄一「古典物理学」

のは厳密には存在しないが、仮に  $\mathbb{R}$  の元の個数を  $\infty$  と書くことになるとどうなるかを見ておくのも面白い。このときには⑧の独立変数の個数は

$$\infty^3 \times 3 \times 2 - \infty^3 \times 2 = \infty^3 \times 4$$

と書ける。独立変数の個数が  $n - m$  に一致しないことは、 $T_1, T_2$  では  $n, m$  が有限値でないことにより、 $T_3, T_4, T_5$  では  $n, m$  が有限値でないこと、および、 $m$  個の方程式のすべてが独立なわけではないことによる。

	m	n	独立変数の個数
$T_1(P; Q_1, \dots, Q_k; Z; S, U, I, J)$	$3\infty$	$3\infty$	6
$T_2(P_1, \dots, P_k; E; S, U, I, J)$	$3k\infty$	$3k\infty$	$6k$
$T_3(Q_1, \dots, Q_k; Y; S, U, I, J)$	$8\infty^4$	$6\infty^4$	$4\infty^3$
$T_4(P_1, \dots, P_k; S, U, I, J)$	$3k\infty + 8\infty^4$	$3k\infty + 6\infty^4$	$6k + 4\infty^3$
$T_5(P_1, \dots, P_k; S, U, I, J)$	$3k\infty + 8\infty^4$	$3k\infty + 6\infty^4$	$6k + 4\infty^3$

$T_1, T_2$  では (独立変数の個数)  $\times (1/2)$  が自由度と呼ばれ、 $T_3$  では独立変数の個数が自由度と呼ばれ、 $T_4, T_5$  では、 $T_2$  での自由度と  $T_3$  での自由度の和  $3k + 4\infty^3$  が自由度と呼ばれる。自由度は可能な歴史の多様さの目安になる。