

## 3-1-6 繰り込み

$e_4(\square, m)$  や  $e_5(\square, m)$  がそうだったように、 $m(1, \square) \neq 0$  のときには、 $e_6(\square, \square, m)$  と  $e_8(\square, m)$  も厳密には解を持たない。

$\omega_1, \omega_2 \in [\mathbb{R}(2 \times \{1, \dots, n\}) \times \mathbb{R}] \mapsto \mathbb{R}(2 \times \{1, \dots, n\})$  を適当に選べば、以下に定義する  $e^{R_6}(\square, \square, m), e^{R_8}(\square, m)$  が解を持つだろうか。

$e^{R_6}$  の定義:  $\forall f \in F_{4,n}; \forall G \in F_5; \forall m \in \mathbb{R}(2 \times \{1, \dots, n\});$

$$e^{R_6}(f, G, m) \Leftrightarrow [\exists g \in F_{4,n}(\mathbb{R}); [1] \text{ and } [2]]$$

[1]  $\forall a > 0; e_6(g(a), G, \omega_1(m, a); a)$

[2]  $\lim_{a \rightarrow +0} g(a) = f$

$e^{R_8}$  の定義:  $\forall f \in F_{6,n}; \forall m \in \mathbb{R}(2 \times \{1, \dots, n\});$

$$e^{R_8}(f, m) \Leftrightarrow [\exists g \in F_{6,n}(\mathbb{R}); [1] \text{ and } [2]]$$

[1]  $\forall a > 0; e_8(g(a), \omega_2(m, a); a)$

[2]  $\lim_{a \rightarrow +0} g(a) = f$

ただし、 $e_6(\square, \square, \square; a), e_8(\square, \square; a)$  は  $e_6(\square, \square, \square), e_8(\square, \square)$  の定義式中のデルタ関数  $\delta$  を  $\Delta(a)$  に置き換えて得られる方程式だ。 $e_8(\square, \square)$  は  $e_6(\square, \square, \square)$  と  $e_7$  を使って定義されており、 $e_6(\square, \square, \square)$  と  $e_7$  は  $\hat{e}_6$  と  $\hat{e}_7$  を使って定義されており、 $\hat{e}_6$  と  $\hat{e}_7$  の定義には  $\Theta$  と  $\mathcal{T}_1$  が用いられており、 $\Theta$  と  $\mathcal{T}_1$  の定義にはデルタ関数が用いられている。 $e^{R_6}(\square, \square, m)$  は解を持つだろう。しかし、 $e^{R_8}(\square, m)$  は違う。なぜなら、

$$(a > 0) \text{ and } [\exists k \in \{1, \dots, n\}; m(1, k) > 0]$$

のときには、 $e_8(\square, m; a)$  は解を持たないからだ。だから、単純にデルタ関数  $\delta$  を  $\Delta(a)$  に置き換えることによっては正則化できず、したがって繰り込みも出来ない。しかし、このことが直ちに一般相対性理論は繰り込み不可能だということを意味するのではなく、適当な正則化が存在するか否かは、問題として残る。