

3-2-1 幾何学語で一般相対性理論を書く

以下の文章を $T_9(I, J, \sigma)$ と呼ぶこととする。

1 $\forall M$: 時空; (M の時空点全体の集合を M の時空間と呼ぶこととする)

2 $\forall M$: 時空; $\forall D \subset M$ の時空間; $\forall S$;

[$\exists D' \subset N_{\alpha}$; (S は D' から D の上への一対一写像だ)]

\Rightarrow (S を D 上の時空座標系と呼ぶこととする)

3 $\forall M$: 時空; $\forall D \subset M$ の時空間; $\forall l$;

[$\exists S$: D 上の時空座標系; $\exists x \in \{t \in \mathbb{R} \mid 0 \leq t \leq 1\} \mapsto (S \text{ の定義域})$;

$l = \{S(x(t)) \mid 0 \leq t \leq 1\}$ and (x は一対一だ)]

\Rightarrow (l を D 内の線分と呼ぶこととする)

4 $\forall M$: 時空; $\forall D \subset M$ の時空間; $\forall l$: D 内の連続な線分; $\forall P, Q \in l$;

[not $\exists l' : D$ 内の連続な線分; ($P \in l'$) and ($Q \in l'$) and ($l' \subset l$) and ($l' \neq l$)]

\Rightarrow (l は P と Q を両端に持つと言うこととする)

5 $\forall M$: 時空; $\forall D \subset M$ の時空間; 【1】 \Rightarrow 【2】

【1】 $\forall P, Q \in D$; ($P \neq Q$) \Rightarrow

[$\exists l$: D 内の連続な線分; (l は P と Q を両端に持つ)]

【2】 D を M の連続領域と呼ぶこととする

6 $\forall M$: 時空; $\exists N \subset \mathbb{N}$; $\exists D \in N \mapsto (M \text{ の連続領域全体の集合})$;

$\forall P : M$ の時空点; $\exists n \in N$; $P \in D(n)$

7 $\forall M$: 時空; $\forall D : M$ の連続領域; $\forall S : D$ 上の時空座標系; [【1】 and 【2】] \Rightarrow 【3】

【1】 $\forall x \in \{t \mid 0 \leq t \leq 1\} \mapsto (S \text{ の定義域})$;

(x は一対一かつ連続だ) \Rightarrow [$\{S(x(t)) \mid 0 \leq t \leq 1\}$ は D 内の連続な線分だ]

【2】 $\forall l$: D 内の連続な線分; $\exists x \in \{t \mid 0 \leq t \leq 1\} \mapsto (S \text{ の定義域})$;

(x は一対一かつ連続だ) and $l = \{S(x(t)) \mid 0 \leq t \leq 1\}$

【3】 S は連続だと言うこととする

8 $\{\alpha \in \mathbb{R} \mid \alpha(1) \geq 0 \text{ and } \alpha(2) \geq 0\}$ から長さ全体の集合の上への一対一写像

が存在する。9 そのような写像をスケールと呼ぶこととする。