

宇田雄一「古典物理学」

10 $\forall M: \text{時空}; \forall P, Q: M \text{の時空点}; \forall \varepsilon > 0; \forall \sigma': \text{スケール}; [1] \Rightarrow [2]$

[1] $\exists D \subset M \text{の時空間}; \exists l: D \text{内の連続な線分}; \exists \alpha \in \mathbb{R} (2);$

$$(l \text{の長さ}) = \sigma'(\alpha) \text{ and } [0 \leq \alpha(1) < \varepsilon] \text{ and } [0 \leq \alpha(2) < \varepsilon]$$

and (l は P と Q を両端に持つ)

[2] P は Q の (ε, σ') 近傍内にある、と言うこととする

11 $\forall M: \text{時空}; \forall P: M \text{の時空点}; \forall \varepsilon > 0; \forall \sigma': \text{スケール};$

[M の時空点のうちで、 P の (ε, σ') 近傍内にある時空点全体の集合を、 P の (ε, σ') 近傍と呼ぶこととする]

12 $\forall \sigma': \text{スケール}; \forall M: \text{時空}; \forall D \subset M \text{の時空間}; \forall S: D \text{上の時空座標系};$

[**[1]** and **[2]**] $\Rightarrow [3]$

[1] $\forall \xi \in (S \text{ の定義域}); \forall \varepsilon > 0; \exists \delta > 0; \forall \eta \in (S \text{ の定義域});$

$$|\xi - \eta| < \delta \Rightarrow [S(\eta) \text{ は } S(\xi) \text{ の } (\varepsilon, \sigma') \text{ 近傍内にある}]$$

[2] $\forall \xi, \eta \in (S \text{ の定義域});$

$$(\xi \neq \eta) \Rightarrow [\exists x \in \{t | 0 \leq t \leq 1\} \mapsto (S \text{ の定義域});$$

$$(x \text{ は一対一かつ連続だ}) \text{ and } \xi = x(0) \text{ and } \eta = x(1)]$$

[3] S は σ' 連続だと言うこととする

13 $\forall \sigma': \text{スケール}; \forall M: \text{時空}; \forall D \subset M \text{の時空間};$

(D 上の σ' 連続な時空座標系が存在するならば、 D を M の σ' 連続な領域と呼ぶこととする)

14 $\forall \sigma': \text{スケール}; \forall M: \text{時空}; \forall D: M \text{ の連続領域};$

$\forall S: D \text{ 上の連続な時空座標系}; \forall f \in F_s; [1] \Rightarrow [2]$

[1] $\forall l: D \text{ 内の連続な線分}; \forall x \in \{t | 0 \leq t \leq 1\} \mapsto (S \text{ の定義域});$

[1a] $\Rightarrow [1b]$

[1a] $l = \{S(x(t)) | 0 \leq t \leq 1\} \text{ and } (x \text{ は一対一かつ微分可能だ})$

[1b] $\exists \alpha \in \mathbb{R} (2); (l \text{ の長さ}) = \sigma'(\alpha) \text{ and}$

$$\alpha(1) = \int_{t=0}^1 \Theta(s(t, x, f)) \sqrt{s(t, x, f)} \text{ and}$$

$$\alpha(2) = \int_{t=0}^1 \Theta(-s(t, x, f)) \sqrt{-s(t, x, f)}$$

ただし、 $s(t, x, f)$ は次式によって定義されるものとする。