

宇田雄一「古典物理学」
1-1-2 命題と論理演算

正しいか誤りかが決まっている主張を命題と呼ぶ。命題の正誤は決まっていればよいのであって、知られていなくても良い。「円周率の小数点以下第 $10^{1000000}$ 桁目の数字は1だ」という主張の正誤は知られていないが、この主張の正誤は決まっているので、この主張は命題だ。命題については、正誤の代わりに真偽という語も用いられる。真とは厳密には何か、偽とは厳密には何かという問題は、認識論上の未解決の問題(§4-1)なので、ここでは深入りせず、お茶を濁しておくことにする。真命題の例を挙げると、

$1 + 1 = 2$ 1998年10月3日は土曜日だ 月は地球よりも軽い
偽命題の例を挙げると

$0 = 1$ 1998年10月3日は日曜日だ 月は地球よりも重い

文字式が、数学上の命題を表す文の準備として用いられている場合には、その文字式を方程式と呼ぶ。

以下の文章は論理演算を表す記号 *not* を定義するためのものだ。空欄 *p* を含む文字式になっているので、空欄 *p* にあらゆる命題を代入するものとして読んで下さい。

「*p* は偽だ」という命題を *not p* と書くことがある。

not p を「*p* の否定」と呼ぶことがある。

「*p* は真だ」という命題は *p* そのものと同じだから、

「は真だ」を省略することが多い。

次は、やはり論理演算を表す四つの記号 *and* *or* \Rightarrow \Leftrightarrow を定義する。以下の文章は空欄 *p, q* を含む文字式になっているので、そこにあらゆる命題を代入するものとして読んで下さい。

「*p* も *q* も両方とも真だ」という命題を *p and q* と書くことがある。

p and q を「*p* と *q* の論理積」とか「*p*かつ*q*」とも言う。

「(*not p*) and (*not q*) は偽だ」という命題を *p or q* と書くことがある。

p or q を「*p* または *q*」とも言う。