and　　　　　　　　　　・・・・・・・・・・・・・・・

出来ない。いくら書いてもきりがない。所詮は全ての実数を代入することなど出来ないのだ。やってみる前から分かっていることだ。しらじらしい感じがするではないか。件の文「文字式 $(x+y)^2$・・・真命題を表す」を

$$\forall x,y:\text{実数};(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$$

と書くことがある。「任意の実数 x,y に対して $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$ が成り立つ」と読む。このような文を**論理式**と呼ぶ。本書では、方程式だけでなく定義などにも、この書き方を用いることにする。

$$\forall x:\text{整数};(x\div 2\text{が整数ならば}x\text{を偶数と呼ぶ})$$

といった具合だ。「:実数」の部分は他書では見かけないが、本書ではこう書くことにしておく。 :(コロン)と ;(セミ・コロン)の違いには十分な注意が必要だ。さっそく一つの記号≠を定義しておく。

$\forall x,y:$実数; not $x=y$ を $x\neq y$ とも書くことにする。

さて、$\forall y:\text{実数};(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$ は、空欄 x を含む文字式になっている。空欄 x に例えば数字5を代入してみると、確かに

$$\forall y:\text{実数};(5+y)^2=5^2+2\times 5\times y+y^2$$

という完成された論理式になる。そこで、

「$\forall y:\text{実数};(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$ の空欄 x にどんな実数を代入しても、それによって出来上がった文は真命題を表す」

という文を作ってみることが出来る。これを、

$$\forall x:\text{実数};[\forall y:\text{実数};(x+y)^2=x^2+2xy+y^2]$$

と書くことが出来る。あるいは[]を省略してもっと簡単に、

$$\forall x:\text{実数};\forall y:\text{実数};(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$$

と書いても混乱は起こらない。この文の表す内容は、

$$\forall x,y:\text{実数};(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$$

の表す内容と全く同じだ。