文字式を使わねば書き表せない文のもう一つの例として、

「文字式 $x^2<1$ の空欄 x に何か実数を代入したときに、それによって出来上がった式が真命題を表す、そんな実数が少なくとも一つは存在する」

こういった文を考えることが出来る。完成された文だけで書こうとすると、

$1^2<1$ が真である or $0^2<1$ が真である or $(0.5)^2<1$ が真である or $\sqrt{3}^2<1$ が真である or ・・・・・

あっ！出来ない。いくら書いてもきりがない。しらじらしい感じがするではないか。件の文を $\exists x$:実数;$x^2<1$ と書くことがある。「$x^2<1$ を満たす実数 x が存在する」と読む。これもまた、論理式だ。

$\exists x, y$:実数;$xy=x+y$ や $\exists x$:実数;$\exists y$:実数;$xy=x+y$ については、$\forall$についてと同様だ。$\forall$と$\exists$を組み合わせると少し難しくなるので、説明しておく。例えば、

$$\forall x\text{:実数};\exists y\text{:実数};x=2y$$

$$\exists y\text{:実数};\forall x\text{:実数};x=2y$$

という二つの文を考えてみよう。くどいようだが、前者は、文字式 $\exists y$:実数;$x=2y$ の空欄 x にどんな実数を代入しても、それによって出来上がった文が真命題を表すことを意味する。それに対して後者は、文字式 $\forall x$:実数;$x=2y$ の空欄 y に何か実数を代入すると、それによって出来上がった文が真命題を表す、そんな実数が少なくとも一つは存在する、という意味だ。前者は真だが後者は偽だ。このように、$\forall$と$\exists$を組み合わせた場合には、順序によって意味が変わってくる。定義から明らかなことだが、$\forall x$:実数;$\exists y$:実数;$x=2y$ を $\forall y$:実数;$\exists x$:実数;$y=2x$ と書いたり、$\forall \alpha$:実数;$\exists \beta$:実数;$\alpha=2\beta$ と書いても意味は変わらない。これらもまた論理式と呼ばれる。

本書では定義などで、「Ｆを関数とするとき、・・・」といったタイプの文を用いることがあるが、これは「$\forall$Ｆ:関数;・・・」という意味だ。「任意の関数Ｆに対して、・・・」という風に書く場合もあるだろう。厳密には、こういう場合のＦは、関数ではなくて空欄を表すのだったが、慣用表現なので許していただきたい。「$\forall$Ｆ:関数;」に当たる但し書きを全く省略する場合もある。