そこで、$\sin^{-1}, \cos^{-1}$を次式で定義する。これらは三角関数の制限の逆写像だ。

$$\sin^{-1} \in \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leqq x \leqq 1\} \mapsto \{\theta \in \mathbb{R} \mid -\pi/2 \leqq \theta \leqq \pi/2\}$$

$$\text{and } \forall x \in \mathbb{R};\ -1 \leqq x \leqq 1 \Rightarrow \sin(\sin^{-1}(x)) = x$$

$$\cos^{-1} \in \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leqq x \leqq 1\} \mapsto \{\theta \in \mathbb{R} \mid 0 \leqq \theta \leqq \pi\}$$

$$\text{and } \forall x \in \mathbb{R};\ -1 \leqq x \leqq 1 \Rightarrow \cos(\cos^{-1}(x)) = x$$

$\sinh^{-1}, \cosh^{-1}$を次式で定義する。これらは双曲線関数の制限の逆写像だ。

$$\sinh^{-1} \in \mathbb{R}(\mathbb{R}) \text{ and } \forall x \in \mathbb{R};\ \sinh(\sinh^{-1}(x)) = x$$

$$\cosh^{-1} \in \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leqq x\} \mapsto \{\theta \in \mathbb{R} \mid 0 \leqq \theta\}$$

$$\text{and } \forall x \in \mathbb{R};\ 1 \leqq x \Rightarrow \cosh(\cosh^{-1}(x)) = x$$

⑨ $F \in \mathbb{R}(\mathbb{R})$とするとき、$\partial F$を次式で定義し、これを「Fの**微分**」と呼ぶ。

$$\partial F \in \mathbb{R}(\mathbb{R}) \text{ and } \forall x \in \mathbb{R};\ \partial F(x) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{F(x+\varepsilon) - F(x)}{\varepsilon}$$

∂Fの微分は$\partial\partial F$と書かれる。$\partial\partial$を∂^2と書き、$\partial\partial\partial$を∂^3と書き、・・・とする。また、$\partial^0 = 1$とする。すなわち$\partial^0 F = F$とする。∂を$\mathbb{R}(\mathbb{R})$から$\mathbb{R}(\mathbb{R})$への写像と見なすことが出来る。

$$\forall F \in \mathbb{R}(\mathbb{R});\ \partial(F) = \partial F$$

空欄Fに関数を代入し、まだ空欄xに数を代入していない段階か、または、空欄Fにも空欄xにも、まだ何も代入していない段階では、$\partial F(x)$を、

$$\frac{\partial}{\partial x} F(x)$$

と書くことがある。

⑩ $x \in \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}(4)$とするとき、$\partial x$を次式で定義する。

$$\partial x \in \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}(4) \text{ and } \forall t \in \mathbb{R};\ \forall i \in 4;\ [\partial x(t)](i) = \frac{\partial}{\partial t}[[x(t)](i)]$$