

- ⑪ $x \in \mathbb{R}$ とするとき、以下の文字式の空欄 F に $\mathbb{R}(\mathbb{R})$ の色々な元を代入すると、完成文は真命題となる。どんな元を代入してもそうなるというわけではないが、代入の任意性はかなり大きい。この式をテイラー級数と呼ぶ。

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \partial^n F(0)$$

- ⑫ $B \subset \mathbb{N}$ とし、 $b \in B$ とし、 C を集合とし、 $F \in \mathbb{R}(\mathbb{R}(B) \times C)$ とするとき、 $\partial_b F$ を次式で定義し、これを「 F の偏微分」と呼ぶ。

$$\partial_b F \in \mathbb{R}(\mathbb{R}(B) \times C) \text{ and}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}(B); \forall c \in C; \partial_b F(x, c) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{F(x + \varepsilon \delta(B, b), c) - F(x, c)}{\varepsilon}$$

ただし、 $x + \varepsilon \delta(B, b)$ は $\mathbb{R}(B)$ の元で、

$$\forall b' \in B; [x + \varepsilon \delta(B, b)](b') = x(b') + \varepsilon \delta(b', b) \quad \text{となる。}$$

$n \in \mathbb{N}$ として、 ∂^n を考えたのと同様にして、 $(\partial_b)^n$ を考えることも出来る。

$(\partial_b)^0 = 1$ とする。 ∂_b を $\mathbb{R}(\mathbb{R}(B) \times C)$ から $\mathbb{R}(\mathbb{R}(B) \times C)$ への写像と見なすことが出来る。

$$\forall F \in \mathbb{R}(\mathbb{R}(B) \times C); \partial_b(\partial_b F) = \partial_b^2 F$$

空欄 x への代入がまだならば、 $\partial_b F(x, c)$ を

$$\frac{\partial}{\partial x(b)} F(x, c)$$

と書くことが出来る。空欄 b, F, c への代入はこれを妨げない。

- ⑬ $i \in 4$ とし、 $x \in \mathbb{R}(4) \mapsto \mathbb{R}(4)$ とするとき、 $\partial_i x$ を次式で定義する。

$$\partial_i x \in \mathbb{R}(4) \mapsto \mathbb{R}(4) \text{ and } \forall \xi \in \mathbb{R}(4); \forall j \in 4;$$

$$[\partial_i x(\xi)](j) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{[x(\xi + \varepsilon \delta(4, i))](j) - [x(\xi)](j)}{\varepsilon}$$