

宇田雄一「古典物理学」

⑭  $F, G \in \mathbb{R}(\mathbb{R})$  とするとき、 $\partial G = F$  ならば、 $G$  を  $F$  の不定積分と呼ぶ。  
 $G$  が  $F$  の不定積分ならば、

$\forall a, b \in \mathbb{R}; G(b) - G(a)$  を  $\int_{x=a}^b F(x)$  とも書き、これを  $F$  の定積分と呼ぶ。

この書き方は、普通の書き方と少し違うが、シグマ記号との類似性を前面に出して、本書ではこう書くことにする。シグマ記号や  $\forall$  や  $\exists$  についてと同様に、

$\lim_{x \rightarrow a} F(x)$  を  $\lim_{y \rightarrow a} F(y)$  と書いたり、 $\int_{x=a}^b F(x)$  を  $\int_{y=a}^b F(y)$  と書いたりしても良い。

$\lim_{a \rightarrow +\infty} \int_{x=-a}^{+a} F(x)$  を  $\int_{x=-\infty}^{+\infty} F(x)$  と書いたりもする。

$F, G, H \in \mathbb{R}(\mathbb{R})$  とするとき、 $G$  が  $F$  の不定積分ならば、

$[\forall a, b \in \mathbb{R}; G(b) - G(a) = H(b) - H(a)] \Leftrightarrow (H \text{ が } F \text{ の不定積分})$

すなわち、一つの関数の不定積分は一つだけではないが、定積分は一つだけだ。  
このことが「定積分」「不定積分」という語の由来だ。

変数  $x$  についての方程式が、 $x$  の微分を用いて書かれているか、 $x$  の偏微分を用いて書かれているか、 $x$  の積分を用いて書かれているかに応じて、その方程式は微分方程式、積分方程式、偏微分方程式と呼ばれる。これらの方程式の解は、数ではなく関数だ。