

① $a, b \in \mathbb{R}$ とするとき、

$$\forall x \in \mathbb{R}; \partial F(x) = b \delta(x - a)$$

は空欄 F を含む方程式だ。これを、 δ を用いない形に書き直すと、

$$[\forall x \in \mathbb{R}; x \neq a \Rightarrow \partial F(x) = 0] \text{ and } F(a+0) - F(a-0) = b$$

② $a \in \mathbb{R}(2)$ とし、 $b \in \mathbb{R}$ とするとき、

$$\forall x \in \mathbb{R}(2); \partial_1 F(x) + \partial_2 G(x) = b \delta(x(1) - a(1)) \delta(x(2) - a(2))$$

は空欄 F, G を含む方程式だ。これを、 δ を用いない形に書き直すと、

$$[\forall x \in \mathbb{R}(2); x \neq a \Rightarrow \partial_1 F(x) + \partial_2 G(x) = 0] \text{ and}$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon \int_{\theta=0}^{2\pi} [\cos(\theta)F(c(a, \theta, \varepsilon)) + \sin(\theta)G(c(a, \theta, \varepsilon))] = b$$

ただし、 $c(a, \theta, \varepsilon) \in \mathbb{R}(2)$,

$$[c(a, \theta, \varepsilon)](1) = a(1) + \varepsilon \cos(\theta), [c(a, \theta, \varepsilon)](2) = a(2) + \varepsilon \sin(\theta)$$

とする。

③ $a \in \mathbb{R}(3)$ とし、 $b \in \mathbb{R}$ とするとき、

$$\begin{aligned} \forall x \in \mathbb{R}(3); & \partial_1 F(x) + \partial_2 G(x) + \partial_3 H(x) \\ & = b \delta(x(1) - a(1)) \delta(x(2) - a(2)) \delta(x(3) - a(3)) \end{aligned}$$

は空欄 F, G, H を含む方程式だ。これを、 δ を用いない形に書き直すと、

$$[\forall x \in \mathbb{R}(3); x \neq a \Rightarrow \partial_1 F(x) + \partial_2 G(x) + \partial_3 H(x) = 0] \text{ and}$$

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^2 \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} & [\sin(\theta) [\sin(\theta) \cos(\phi) F(c(a, \theta, \phi, \varepsilon)) \\ & + \sin(\theta) \sin(\phi) G(c(a, \theta, \phi, \varepsilon)) + \cos(\theta) H(c(a, \theta, \phi, \varepsilon))] = b \end{aligned}$$

ただし、 $c(a, \theta, \phi, \varepsilon) \in \mathbb{R}(3)$

$$[c(a, \theta, \phi, \varepsilon)](1) = a(1) + \varepsilon \sin(\theta) \cos(\phi)$$

$$[c(a, \theta, \phi, \varepsilon)](2) = a(2) + \varepsilon \sin(\theta) \sin(\phi)$$

$$[c(a, \theta, \phi, \varepsilon)](3) = a(3) + \varepsilon \cos(\theta) \quad \text{とする。}$$